

ORTAÖĞRETİM MATEMATİK PROJE ÖRNEKLERİ-I:

AĞAÇLARIN BOYUNUN UZAMASI (SEKOYA AĞACI)

Yaşar Ersoy

Emekli Öğretim Üyesi; ODTÜ, Ankara

PROJE ... PROBLEM ÇÖZMEDİR.

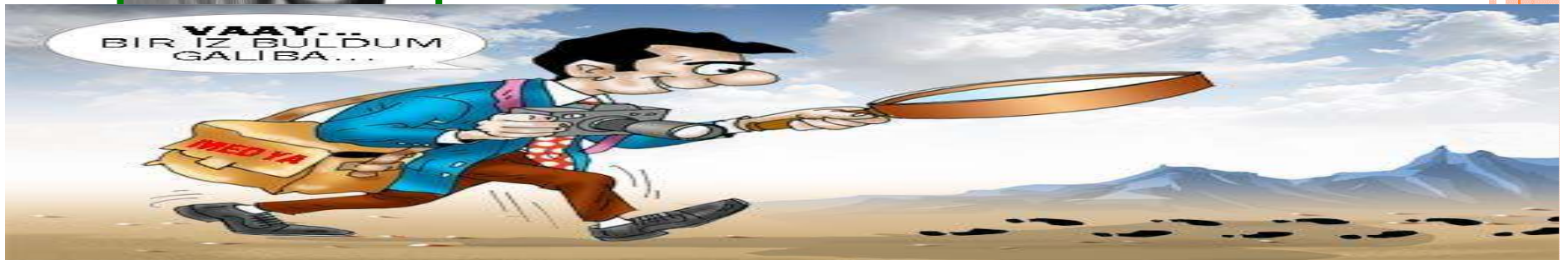


- Düşleme (hayal etme)
- Tasarlama
- Tasarı geliştirme
- Planlama
- Mal ve hizmet üretimi demektir

Gerekçe ve Amaç

İnsan Kaynakları

Maliyet/Bedel



PROJENİN GERÇEKLEŐTİRİLMESİ

Giriş (*İlgi ve merak uyandırma; Gerekçe*)

Yöntem-İnceleme

(Amaç, Problemler, Denenceler, Ölçme araçları, Gözlem, Deney düzenleme, Verilerin derlenmesi)

Bulgular-Açıklamalar (Verilerin

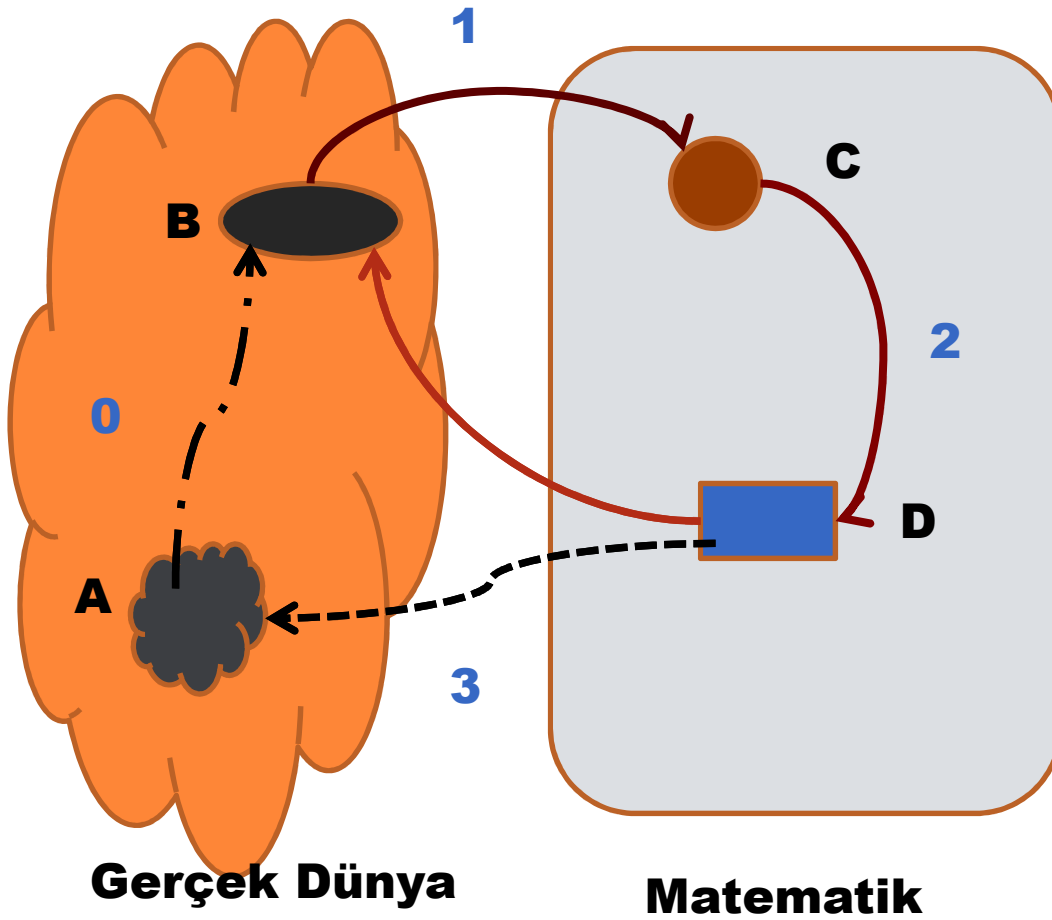
analizi, Sorgulama, *Keşfetme, Araştırma, Matematiksel model, Problem çözme*)

Raporlaştırma (Yazılı/Sözlü sunu)

Değerlendirme (*Performans değerlendirmesi*)



Matematiksel Modellemede Süreç



- A. Gerçek Durum
- B. Gerçek Model
- C. Matematiksel Model
- D. Matematiksel Sonuç/Bağıntı

- 0:** Belirleme, yapılan dırma
- 1:** Matematikleştirme
- 2:** Matematiksel İşlemler/Çözümler
- 3:** Yorumlama, Uygulama

GİRİŞ

Pek çok ÷lkede olduğu gibi yurdumuzun bir kesimi yeşil bitki ve ormanlarla örtölü iken büyükçe bir kesiminin kurak mevsimlerde, özellikle yaz aylarında çölümsü bir görüntüsü vardır.

Bu yörelerde ağaç türünde bitkiler olmadığı gibi yoğun çabalara karşın var olan ağaçlar canlıların akciğeri olamamaktadır.

Örneğin TEMA toprağı korumak ve yerüstü zenginliğimizi artırmak için bazı bölgelerde meşe yetiştirilmesi için gönüllüleri bağış yapmaya veya ağaç dikmeye davet etmektedir.



GİRİŞ

Türkiye, bitki örtüsü çeşitliliği yönünden çok zengindir. Bu zenginliğin ülke genelinde dağılımı eşit değildir.

Örneğin, Çukurova bölgesinde kısa boylu maki denilen kısa boylu ağaçlar- çalılıklar- Toros Dağlarının eteklerini kaplarken İç Anadolu ve Güney Anadolu bölgelerinde ağaçların sıklığı az, çeşidi de azdır.

Karadeniz bölgesinde ise yağış fazla olduğundan çam ağaçları göklerde bulutlarla buluşacakmış gibi yan yana büyümektedir.



Öte yandan, yaz aylarında var olan varlıklarının bir kısmını yangın gibi afetlerle yitirmekte; kurak bölgelerde ağaçlandırma çalışmaları ise yeterli olmamaktadır.

Tüm bitkilerden aynı ölçüde olmasa bile ağaçların çoğundan yararlanırız. Ağaçlar, bir yanda evlerimizde mobilya veya yakacak olarak kullanılırken bir kısmının meyvelerinden yararlanırız.

Yararları düşünülerek tarıma uygun yerlerde üzüm bağları, zeytin, çam v.b. ağaçlar için fidanlıklar kurulur; sonra bu fidanlar geniş alanlara dikilerek ormanlar oluşturulur.



Her ağacın veya bitkinin fidanı aynı hızda büyümmez, boyu değişik olduğu gibi ömürleri de kısa veya uzun olabilir.

Örneğin, bir domates fidesinin ve zeytin ağacı fidanın büyümesini gözlemlese ve değişimi inceleyecek olsak ilginç durumlar belirleyebiliriz.

Evinizde saksılarda dikili çiçeklere ne dersiniz?

Japonya'nın ünlü ağaç bitkilerinden bonzanın boyuna dikkat ettiniz mi? Ağaç çok yaşlı gözükmesine karşın boyu fazla büyümmez.



Araştırma/Proje Konuları

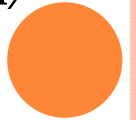
PK1: Ülkemizin bitki örtüsünün yıllara göre bölgeler bazında bir dökümünü yapınız.

PK2: Ülkemizde her yıl yangın nedeniyle yitirilen orman/ağaç ne kadardır ve kayıpları azaltmak için ne tür önlemler alınmaktadır?

PK3: Ülkemizde yetiştirilen ağaç, meyve ve sebzelerin ulusal gelire katkısı nedir ?

PK4: Sebze türü bitki ve meyve ağaçların boyu ile gövdesinin kalınlığı (çapı) arasında bir ilişki var mıdır? Varsa bu nedir?

PK5: *Bahçenizde veya ormanda yetişen ağaçlardan birinin yıllara göre boyunun büyümesini gözlemleyin/ölçün ve değişimi rapor ediniz.*



Problem Durumu: Ağaçların Boyunun Uzaması



- Bitkilerin boyu zaman içinde uzar ve bir süre sonra bu süreç yavaşlar. Hatta bazı bitkinin belli bir süre sonra boyunun azaldığı bile olur.
- ABD’de Kaliforniya bölgesinde yetişen “**sekoya**” adlı bir ağacın boy uzaması yıllık dönemlerde metre ile ölçülmüş, ağacın boyu kayıt edilmiştir.
- Sekoya adlı ağacın boyu ve gövdesinin kalınlığı hakkında elimizde hazır veri yoktur.

Kaynaklardan yararlanmaya çalışalım.

Kaynak: Baki, A., Bell, A. (1997) Ortaöğretim Matematik Öğretimi, Cilt II, s:9.4. Ankara: YÖK Yay.



YÖNTEM

Amaç: Sekoya ağacının yıllara göre boyunun değişim verilerinden yararlanarak boyunun yüksekliğini hesaplamak için matematiksel bir model oluşturmak.

Problem: Her yıl boyu uzayan sekoya ağacının büyümesini gözlemleyerek/ölçerek değişimini incelemek; ağacın yaşı (yıl) ve boyu (m) arasında matematiksel bir ilişkinin ne olduğunun belirlenmesi.



Problem ve Alt-Problem(ler):

P11: Zamanla ağacın uzama miktarındaki değişim, Δh , zamanla azalmakta mı?

P12. Ağacın boyunun belli bir sınırı var mı ve varsa bu boya kaç yıl sonra ulaşır?

P21. Ağacın boyunun zamanla değişimini bir fonksiyonla açıklamak olası mı? Bu fonksiyon bir polinom olabilir mi?

P22. Daha gerçekçi bir matematiksel model, zamanla değişim modeli olabilir mi?

P23. Ağacın ulaşabileceği en yüksek boy 29.5 m olabilir mi?



Verilerin Derlenmesi: Çizelge 1'de yıllara (t) göre ağacın boyu (h) nun ne kadar olduğu görülmektedir.

Çizelge 1. Sekoya ağacının yıllara göre boyu

t(yıl)	1	2	3	4	5	6	7	8	9
h (m)	1.1	2.5	3.8	5.0	6.2	7.4	8.5	9.5	10.5

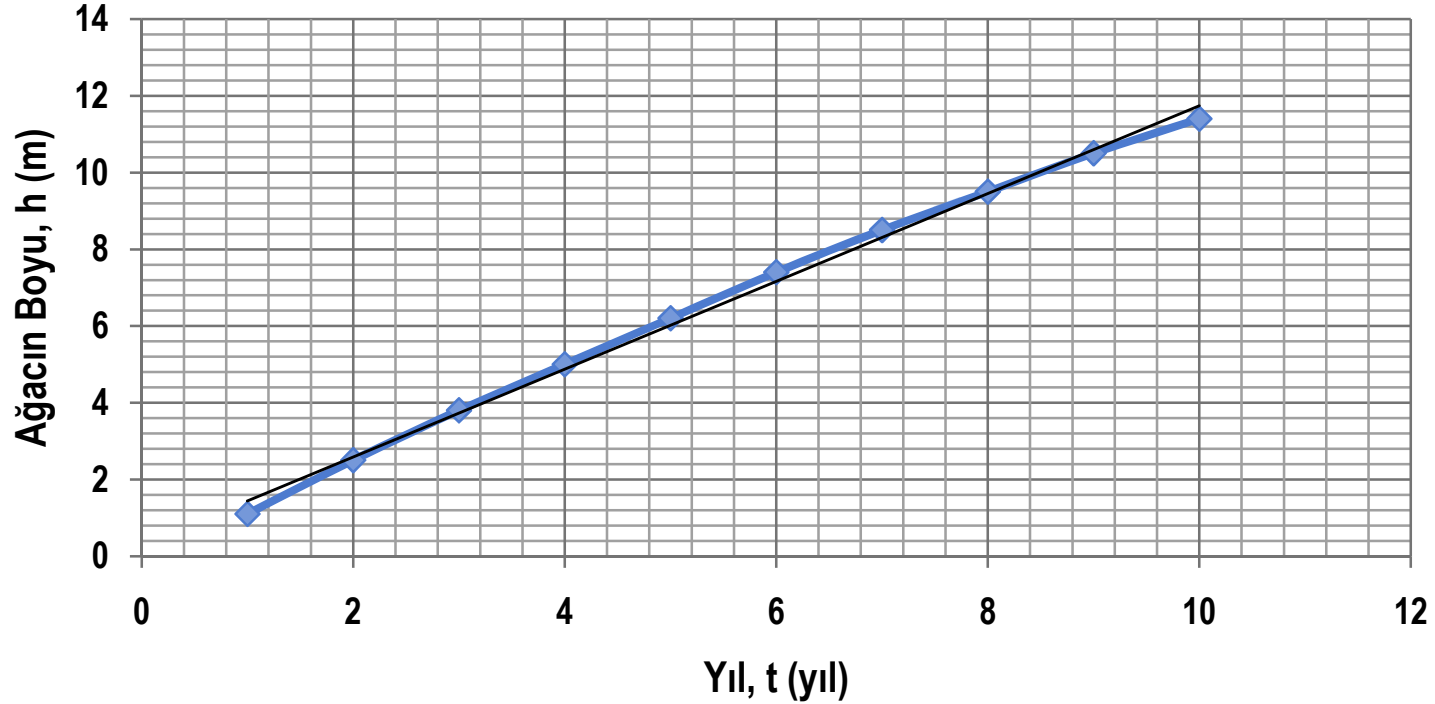
t(yıl)	10
h (m)	11.4



Ağacın yıllara göre boyunun değişiminin matematiksel modelini oluşturunuz.



Verilerin Analizi-Grafikler



Şekil 1. Sekoya ağacının yıllara (t/yıl) göre boyu (h/m)

Şekil 1'deki grafikte ağacının yıllara göre boyunun doğrusal bir biçimde arttığını yönünde bir izlenim yaratmaktadır. Ancak bu durum değişimin de aynı olacağı anlamına gelmez.



Ağacının boyunun yıllara göre değişimi

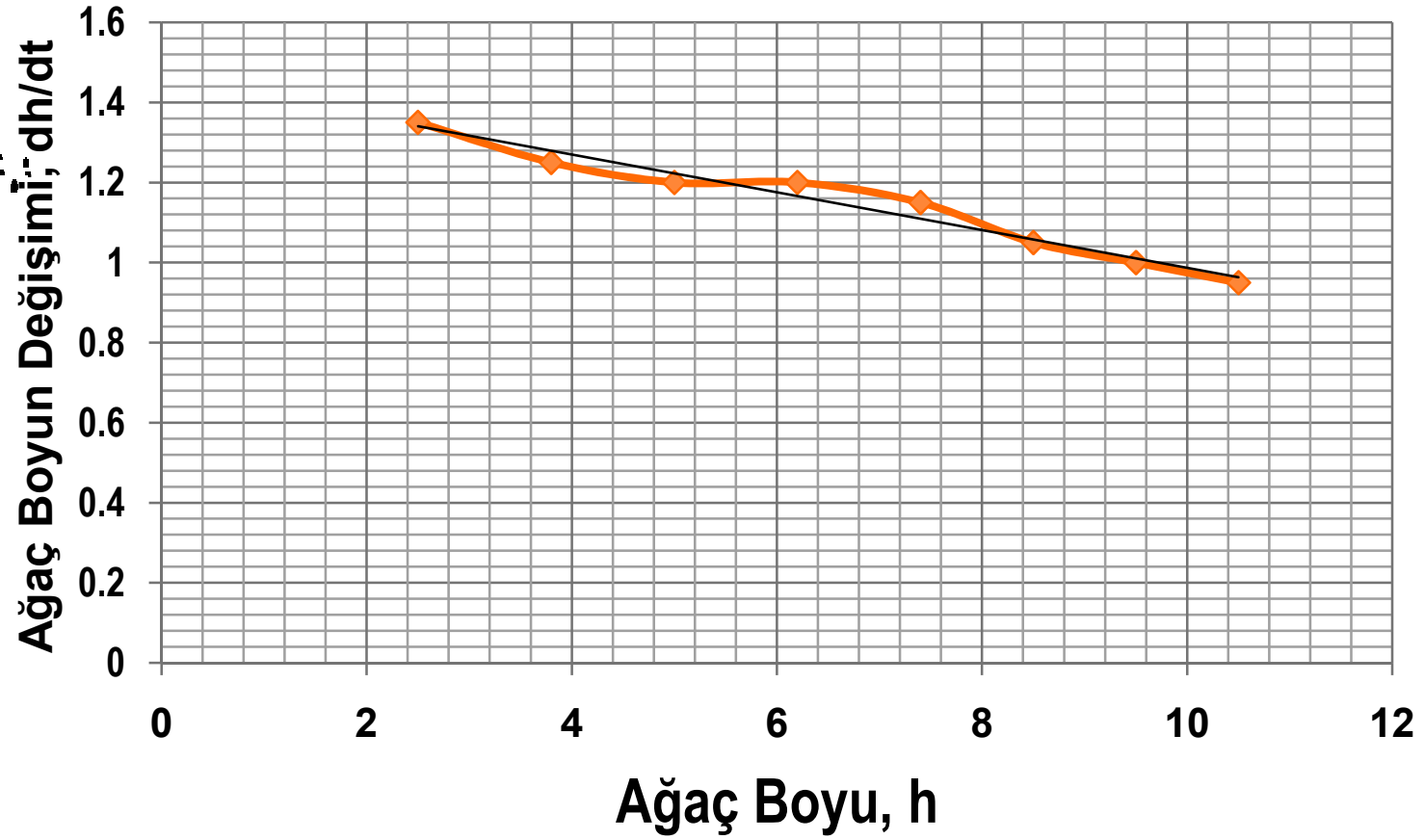
Verilerin çözümlenmesinde atılacak ilk adım zaman aralıklarında ağacın boyunda gerçekleşen değişimi hesaplamaktır. Hesaplama zaman aralığında uzama değişim miktarı çıkartılır. Hesaplama sonunda elde edilen sayısal değerler Çizelge 2'de görülmektedir.

Çizelge 2. Ağacın boyunun zamanla değişimi

h	1.1	2.5	3.8	5.0	6.2	7.4	8.5	9.5	10.5
Δh		1.4	1.3	1.2	1.2	1.2	1.1	1.0	0.9
dh/dt		1.35	1.25	1.20	1.20	1.15	1.05	1.00	0.95

Çizelge 2'deki h, Δh ve dh/dt değerleri karşılaştırılacak olursa ağacının boyundaki uzama miktarındaki değişim Δh 'nin zamanla azalmakta olduğu görülecektir.





Şekil 2. Ağaç boyunun değişimin ağacın boyuna göre ilişkisi



Değişkenler Arasındaki İlişki-Bulgular

Şekil 2'de görüldüğü gibi dh/dt ile h ilişkisini gösteren grafik çizildiğinde ilişkinin giderek azalan bir doğru olduğu anlaşılır.

Bu doğrunun eğimi ve dh/dt -kesim noktası hesaplanırsa ilişkinin $dh/dt = 1.475 - h/20$ olduğu bulunur.

Değişimin en küçük-büyük değeri, $dh/dt = 0$ yazarak hesaplanırsa sınır değerinin 29.5 m olduğu elde edilir.

Daha sonra dh/dt ile h arasında elde edilen bağıntının integrali alınacak olursa ağacın boyunun yıllara göre değişiminin $h = 29.5 - 29.8 \exp(-t/20)$ biçiminde bir fonksiyon olduğu elde edilir.

Elde edilen bu fonksiyon matematiksel modeldir.



SONUÇ VE ÖNERİ

Yer yüzünde çeşitli ağaçlar bulunmakta ve zamanla bir kısmı çeşitli nedenlerle yok olmaktadır. Bununla birlikte dağlarda ve yerleşim yerlerinde çok yaşlı ulu ağaçlar bulunmaktadır. Bunların bir kısmı yurdumuzda da doğal anıt olarak koruma altındadır.

Korunan ağaçların çoğu kırsal kesimlerde dir. Bunlar sedir, çam, ardıç, çınar, zeytin gibi sınırlı sayıda ağaçlar olup yaşları ve gövde kalınlıkları belirlenmiştir. Örneğin köy meydanlarında bulunan çınar ağacının kalınlığı 10-12 kişi kollarını açıp ellerini tutarak ölçmekte ler.



SONUÇ VE ÖNERİ

Örneğin, köy meydanlarında bulunan çınar ağacının kalınlığı 10-12 kişi kollarını açıp ellerini tutarak ölçmekteler. Ancak ağaçların yaşı ilerlemesine karşın boyları aynı hızda artmamakta; gölgesinden ise dinlenmek amacıyla yararlanılmaktadır.

Bu ağaçların her birinin boylarının zamanla uzayıp uzamadığı, boylarının nasıl değiştiği, yalnızca bir biyoloji konusu değildir aynı zamanda bir matematik problemidir.



Söz konusu problemin çözümünü elde etmek için her yıl ölçme yapmak veya elde önceki yıllarla ilgili sayısal veriler varsa matematiksel bir model oluşturmak olasıdır. Ağacı korumak ve ürünlerinden yararlanmak ise başka bir inceleme konusu olabilir.

Sekoya olarak bilinen ağacın yıllara göre boyu hakkında bilgiler olduğundan boyunun değişimi bu proje çalışmasında ayrıntılı olarak incelenmiş, sonuçta matematiksel bir model oluşturulmuştur.



Elde edilen matematiksel modele göre ağacın boyu yıllara göre sürekli artmamakta, bir süre sonra büyüme yavaşlamakta ve ağacın boyu daha sonra kısalmaktadır.

Sonuç olarak hesaplama çizelgesi, grafiksel gösterim ve analitik yöntemler kullanılarak gerçekleştirilen bu projede açıklanan süreç izlenerek ev veya okul bahçesinde dikili bazı ağaçların boyunun yıllara göre değişimi hesaplanabilir ve matematiksel bir model oluşturulabilir.

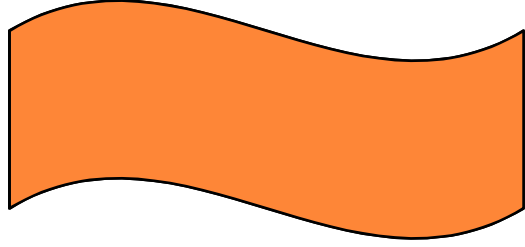


KAYNAKÇA

Baki, A., Bell, A. (1997) *Ortaöğretim Matematik Öğretimi*, Cilt II, s:9.4.
Ankara: YÖK Yay.

Ersoy, Y., Nemetz, T. (1995). Project work in teacher training. In: C. Sloyer (ed), *Advances and Perspectives in the Teaching of Mathematical Modelling and Application*. Yorklyne: Waterstreet Mathematics, 263-273.





TEŞEKKÜRLER

